

Inserção de parâmetros controladores da aleatoriedade no método GRASP aplicado a um problema de programação de horários em escolas

Adding randomness controlling parameters in GRASP method applied in school timetabling problem

Renato Santos Pereira¹ - Univ. Federal do Rio de Janeiro - Programa de Pós-graduação em Engenharia da Produção
Adonai José Lacruz² - Univ. Federal do Espírito Santo - Programa de Pós-graduação em Administração

RESUMO Investigam-se neste estudo as implicações da inserção de parâmetros controladores da aleatoriedade (PCA) na primeira fase do método GRASP aplicado a um problema de coloração de grafos, mais especificamente na programação de horários do tipo professor-turma de uma escola pública. O algoritmo (com a inclusão de PCA) foi baseado em variáveis críticas identificadas por meio de grupo focal e cujos pesos podem ser ajustados pelo usuário, a fim de suprir as necessidades específicas da instituição de ensino. Os resultados do experimento computacional, com dados de 11 anos (66 observações) de uma mesma escola, indicam que a inclusão dos PCA tende a diminuir de forma estatisticamente significativa as distâncias entre soluções iniciais e mínimos locais. A aceitação e utilização das soluções encontradas levam a concluir que o GRASP modificado, tal como construído, contribui para a elaboração da agenda dos professores na instituição de ensino investigada.

Palavras-chave: Metaheurística. GRASP. Coloração de Grafos. Problema de Programação de Horários. Problema Professor-Turma.

ABSTRACT *This paper studies the influence of randomness controlling parameters (RCP) in first stage GRASP method applied in graph coloring problem, specifically school timetabling problems in a public high school. The algorithm (with the inclusion of RCP) was based on critical variables identified through focus groups, whose weights can be adjusted by the user in order to meet the institutional needs. The results of the computational experiment, with 11-year-old data (66 observations) processed at the same high school show that the inclusion of RCP leads to significantly lowering the distance between initial solutions and local minima. The acceptance and the use of the solutions found allow us to conclude that the modified GRASP, as has been constructed, can make a positive contribution to this timetabling problem of the school in question.*

Keywords: Metaheuristic. GRASP. Graph Coloring. Timetabling. School Timetabling.

1. renatoblueufrij@hotmail.com; 2. Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, 29.075-910, Vitória-ES, adonailacruz@uol.com.br

PEREIRA, R. S.; LACRUZ, A. J. Inserção de parâmetros controladores da aleatoriedade no método GRASP aplicado a um problema de programação de horários em escolas. **GEPROS. Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, Bauru, Ano 12, nº 3, jul-set/2017, p. 265-287.

DOI: 10.15675/gepros.v12i3.1715

1. INTRODUÇÃO

O Problema da Programação de Horários (PPH), ou simplesmente Problema de Horários (PH), é conhecido na literatura como *timetabling* e citado por Michalewicz e Schoenauer (1996) como um dos problemas mais interessantes da pesquisa operacional. O PPH é definido por Wren (1995) como o arranjo de horários dentro de padrões de tempo e espaço, no qual algumas metas são atendidas ou parcialmente atendidas e onde as restrições devem ser satisfeitas ou praticamente satisfeitas, e vêm sendo aplicados a variadas abordagens, como na programação de escalas de horários na agricultura irrigada com restrições de tempo e demandas de água e energia (ARAÚJO, 2010), escalas de transporte público (Borndörfer; Hoppmann,; Karbstein, 2016) dentre outros.

O presente trabalho foca sua atenção em uma de suas variantes, o Problema de Programação de Horários em Escolas (PPHE), que consiste na promoção do encontro entre educadores e alunos considerando um conjunto limitado de horários e satisfazendo diversas restrições, que vem sendo igualmente estudados por diversos pesquisadores (AL-YAKOOB; SHERALI, 2015; SORENSEN; DAHMS, 2014; GOGOS; ALEFRAGIS; HOUSOS, 2012).

A fácil compreensão do problema esconde sua real complexidade, quando o objetivo é obter soluções rápidas que atendam as necessidades cotidianas da escola. Por se tratar de um problema pertencente à classe *nondeterministic polynomial time - hard (NP-Hard)*, para os quais muitas vezes é inviável do ponto de vista prático o uso de algoritmos exatos ou a resolução manual (pois é um problema de otimização combinatória complexo), os métodos heurísticos têm sido considerados e constituem uma alternativa válida para o problema, pois buscam encontrar soluções satisfatórias, em tempos computacionais razoáveis.

Entre as técnicas heurísticas utilizadas destaca-se a metaheurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)*. Neste estudo propõem-se alterações na 1ª fase do método GRASP aplicado a um problema de coloração de grafos, mais especificamente na programação de horários do tipo professor-turma de uma escola pública de ensino fundamental e médio, por meio de Parâmetros Controladores da Aleatoriedade (PCA) do método. O algoritmo

desenvolvido foi baseado no trabalho de Feo e Resende (1995), cuja principal modificação foi a inserção de PCA do método GRASP. A justificativa é que em geral soluções iniciais influenciam no desempenho das metaheurísticas; isto é, soluções iniciais de “boa qualidade” conduzem a soluções “melhores” em um tempo computacional menor. A ideia básica do GRASP modificado consiste em introduzir novos parâmetros à aleatoriedade do GRASP de tal forma que as soluções iniciais geradas na fase de construção sejam de “melhor qualidade”. Nesse encadeamento, estabeleceu-se, a partir da fundamentação teórica (seção 2), o problema central de pesquisa, que pode ser resumido por meio da seguinte questão: a inserção de parâmetros controladores da aleatoriedade no método GRASP contribui na programação de horários do tipo professor-turma, na primeira fase do método?

2. PROBLEMA DE PESQUISA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Muitos problemas altamente combinatórios são considerados intratáveis e, portanto foram classificados como “não polinomiais”, significando que, não se conhece, ainda, um algoritmo que resolva o problema (todas as suas instâncias) em tempo polinomial. Alguns estudiosos acreditam que tais algoritmos jamais existirão para alguns destes problemas entre os quais o PPH, objeto deste trabalho. Tais esforços levaram os pesquisadores a desenvolverem várias técnicas, conhecidas na literatura por heurísticas, na tentativa de, se não resolver, ao menos tratar o problema. Com isso muitos métodos aproximativos (heurísticos) foram propostos. O principal inconveniente das heurísticas mais antigas está em sua limitação e o fornecimento de uma mesma solução sempre que iniciada de um mesmo ponto de partida.

Para resolver o impasse, outras estratégias foram elaboradas e novas técnicas, mais flexíveis, foram propostas. As novas heurísticas são mais genéricas, se adaptam facilmente a estruturas paralelas e possuem mecanismos capazes de evitar uma parada prematura em ótimos locais, proporcionando soluções melhores. Estes modelos ficaram conhecidos com metaheurísticas.

Atualmente vários procedimentos estão enquadrados como metaheurísticas na solução de diversos problemas altamente combinatórios. As mais utilizadas são: Algoritmos Genéticos, Recozimento Simulado, GRASP, *Ant Colony*, Busca Tabu e Busca em Vizinhança Variável. Todas elas buscam inicialmente um ponto inicial viável e posteriormente tentam melhorar a solução encontrada inicialmente.

Conforme Papadimitriou e Steiglitz (1982), heurísticas são quaisquer métodos aproximativos sem uma garantia formal de desempenho. Evans e Mineka (1992) classificam as heurísticas em duas categorias: heurísticas construtivas e heurísticas de refinamento. Nesse encadeamento, segundo Ribeiro (1996) as metaheurísticas são procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico. De um modo geral as metaheurísticas fazem uso de princípios básicos semelhantes no tocante à abordagem dos problemas. São os mecanismos utilizados para escapar de ótimos locais, fugindo assim dos gargalos, que distinguem as metaheurísticas umas das outras.

O PPH é um problema de coloração de grafos (Even; Itai; Shamir, 1976) e problemas de coloração de grafos encontram-se na classe NP-Hard (Garey; Johnson, 1979), significando que não se conhece, ainda, um algoritmo que resolva o problema (todas as suas instâncias em um tempo computacional aceitável), o que desmotiva o uso de métodos exatos e tornam atraentes abordagens heurísticas. O problema de coloração é um dos mais estudados dentro da teoria dos grafos, em decorrência de uma vasta gama de aplicações teóricas e práticas. Tais características atraem a atenção de autores que estudam aplicações da coloração em áreas como *scheduling* (KOUBÁČA; elloumi; dhouib, 2016; PARAVIDINO NETO; VIANNA, 2013), da qual o PPH faz parte. Além de algoritmos específicos (BOAVENTURA, 2006), metaheurísticas como Algoritmos Genéticos, *Simulated Annealing*, Busca Tabu, técnicas *multistart* (em particular o GRASP), têm sido utilizadas com frequência para resolverem problemas de coloração e consequentemente de PPH.

A natureza combinatória do PPH impede uma investigação rigorosa do espaço de soluções para uma decisão acertada sobre a melhor solução, segundo os critérios requeridos pelas diversas instituições. Se o tamanho do problema for “pequeno”, um modelo baseado em programação linear inteira pode ser utilizado; caso contrário, tal abordagem torna-se inviável face o grande número de variáveis que seriam necessárias para a modelagem. Para problemas de dimensões “maiores”, é frequente o uso de técnicas heurísticas buscando inicialmente um ponto inicial viável e tentando posteriormente melhorar a solução inicial.

O levantamento bibliográfico mostra grande número de pesquisas sobre o tema PPH, de forma geral, e PPHE, em específico, a partir de trabalhos como Selim (1983), McClure e Wells (1984), Hertz e Werra (1988), Dinkel, Mote e Venkataramanan (1989) e Werra, Asratian e Durand (2002). Nos últimos anos muitas pesquisas foram feitas sobre o assunto, a exemplo de Al-Yakoob e Sherali (2015), Dorneles e Buriol (2014), Badoni e Gupa (2014), Paravidino Neto e Viana (2013) e Araújo (2010). A maioria dos trabalhos, porém, aborda o tema numa perspectiva restrita, ou seja, considerando as implicações de somente uma categoria de problema (TOMAZELA, 2003), como classificado por Schaefer (1999): *school timetabling problem* (professor-turma), *course timetabling problem* (professor-turma-departamento) e *examination time-timebling* (turma-disciplina-disciplina); ou, então, sob a ótica de somente uma variável, considerada crítica (CISCON et al., 2005).

Uma abordagem bastante difundida na resolução de problemas de coloração de grafos na programação de horários é o GRASP, procedimento iterativo, com completa independência de iterações, onde cada iteração é composta de duas fases: construção e busca local.

Na fase de construção, uma solução inicial realizável é gerada, elemento por elemento, utilizando-se uma função gulosa ($g(c)$), que avalie o benefício da inclusão dos elementos, uma lista de candidatos e uma componente probabilística. A estratégia do método, nesta fase, é diminuir a distância percorrida entre soluções iniciais e ótimos locais. A cada iteração desta fase, os elementos são dispostos em uma Lista Restrita de Candidatos (LRC), ordenados segundo ($g(c)$). A componente tem a função de trocar o determinismo da escolha ordenada por uma aleatoriedade controlada, ganhando diversificação sem perder qualidade.

Na segunda fase, utilizando noções de vizinhança, uma solução que melhore o valor da Função Objetivo (FO) é investigada. Se a fase de construção do GRASP cumpre o objetivo de reduzir a distância entre a solução inicial e seu respectivo ótimo local, então pode ser interessante o uso de um método exato, para que se avalie mais densamente a vizinhança.

Neste estudo, que aborda em específico PPHE, propõem-se alterações na 1ª fase do método GRASP aplicado a um problema de coloração de grafos, mais especificamente na programação de horários do tipo professor-turma de uma escola pública de ensino fundamental e médio, por meio de parâmetros controladores da aleatoriedade do método. A justificativa é que em geral soluções iniciais influenciam no desempenho das metaheurísticas, isto é, soluções iniciais de “boa qualidade” conduzem a soluções “melhores” em um tempo computacional menor. A ideia básica do GRASP modificado consiste em introduzir novos parâmetros ao GRASP de tal forma que as soluções iniciais geradas na fase de construção sejam de “melhor qualidade” por meio de variáveis críticas de sucesso, uma vez que só permite a randomização que não firam violações de determinados parâmetros pré-estabelecidos.

Com base nas considerações iniciais expostas, o problema central da pesquisa pode ser sintetizado por meio de uma questão: a inserção de parâmetros controladores da aleatoriedade no método GRASP contribuí na programação de horários do tipo professor-turma, na primeira fase do método?

Formularam-se, para tanto, as seguintes hipóteses:

$$H_0 = \mu_d = 0$$

$$H_1 = \mu_d \neq 0$$

Sendo $\mu_d = \mu_{\text{Função Objetivo [GRASP modificado]}} - \mu_{\text{Função Objetivo [GRASP]}}$

Tem-se:

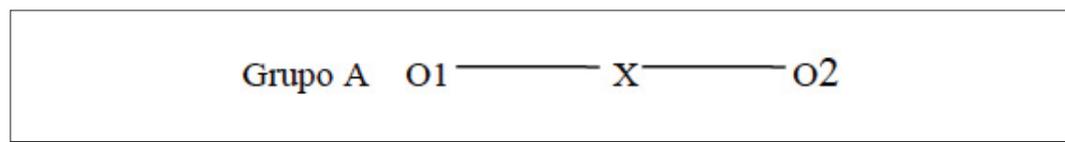
- H_0 : Não houve diferença estatisticamente significativa no resultado da FO na primeira fase do método após a inserção dos PCA no método GRASP.
- H_1 : A inserção de PCA no método GRASP alterou de forma estatisticamente significativa a FO na primeira fase do método.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa causal, caracterizada pela abordagem quantitativa, investiga a influência de PCA no método GRASP aplicado a um problema de coloração, especificamente na programação de horários do tipo professor-turma de uma escola pública do ensino fundamental e médio, e pode ser caracterizado como um pré-experimento (CRESWELL, 2010).

Para Campbell e Stanley (1979) experimento é um tipo de pesquisa em que é manipulada uma variável (independente) pelo pesquisador e são observados seus efeitos sobre outra variável (dependente), mantidos todos os demais fatores constantes. Esta pesquisa pode ser classificada como um pré-experimento de pré-teste e pós-teste de um único grupo, cujas medidas foram feitas após o tratamento. Na Figura 1 ilustra-se o projeto de pesquisa a partir do sistema de notação clássico de Campbell e Stanley (1979).

Figura 1 – Projeto de pesquisa pré-experimental



Fonte: Elaboração própria.

Nota. A exposição a um evento é representado pelo “X” e o registro da mensuração pelo “O”. O traço contínuo representa a ordem temporal.

3.1. INSTÂNCIA CONSIDERADA

O problema considerado para análise é o da programação de horário de uma escola pública de ensino fundamental e médio, com funcionamento em três turnos (matutino, vespertino e noturno), a cada turma sendo reservadas quatro unidades de tempo por dia (uma hora cada) para realização das aulas. Em janeiro de 2016 a escola comportava 18 salas de aula; 1 laboratório de informática; 3 salas-ambiente (ciência, matemática e história); 1 auditório com capacidade para 250 pessoas; 1389 alunos distribuídos em 48 turmas; e 48 professores.

A cada turma é oferecido um conjunto de disciplinas que têm um dado número de aulas semanais (de segunda a sexta-feira) distribuídas uniformemente, cuja soma preenche por completo a grade de horário, com 20 aulas semanais por turma em cada turno. Essas aulas são ministradas por 48 professores, em sua grande maioria sem dedicação exclusiva, o que aumenta a dificuldade de elaboração da agenda. Neste quadro estão incluídos os professores efetivos e os contratados.

É comum que professores efetivos, ou até mesmo os contratados, se isso lhe for oferecido, lecionem em mais de um turno para complementação de carga horária. Alguns profissionais lecionam em outras escolas, ficando assim indisponíveis em determinados horários. Tais docentes requerem um quadro adaptado às suas necessidades, ficando assim o preenchimento de sua agenda semanal dependente do compromisso com as demais instituições.

Esclarece-se que para a instância considerada foram assumidos os seguintes pressupostos em relação aos professores (P), às turmas (T) e às matérias (M): $\forall T_j$ sempre disponíveis; $T_k \cap T_y = \emptyset$; $\forall T_j, \exists P_i$ associado a cada M.

3.2. Construção do modelo

O modelo proposto é o mesmo apresentado por Silva et al. (2006) que considera as definições seguintes: $G = (V, A)$ é um grafo (não orientado) com um conjunto de vértices V e um conjunto de arestas A . Cada vértice de V é associado a uma tripla τ descrita por $(P_i, T_j, \text{tempo de aula})$, indicando um tempo de aula que o professor p_i tem que dar para a turma t_j .

O número de vértices corresponde ao número de tempos de aula ministrados por todos os professores. Uma aresta é associada a um par de vértices i e j se e somente se tivermos $P_i = P_j$ ou $T_i = T_j$, garantindo assim, pelas restrições do modelo de coloração, a não violação das restrições que implique em inviabilidade.

Alguns professores que lecionam em outras escolas geram restrições de emprego de tempo para os elaboradores de horário, pois habitualmente os horários para este caso apresentam pouca possibilidade de mudança. Para o atendimento deste tipo de agenda foram inseridos, no modelo básico, outros vértices cujas ligações com os já existentes corresponderão ao impedimento de turma e/ou professor quanto ao uso de determinado horário. Em resumo, foi criado um novo vértice para cada horário do dia em que a escola considere conveniente

disponibilizar para realização das aulas. O impedimento de um vértice (turma e/ou professor) em determinado horário foi representado pela ligação do vértice impedido com o vértice correspondente aquele horário. O horário impedido será, então, um horário alocado a algum docente que esteja lecionando em outra unidade, ou por outro tipo de atividade.

Para exemplificar, consideremos as turmas A, B e C, atendidas por quatro professores com as quantidades de aulas mostradas no Quadro 1:

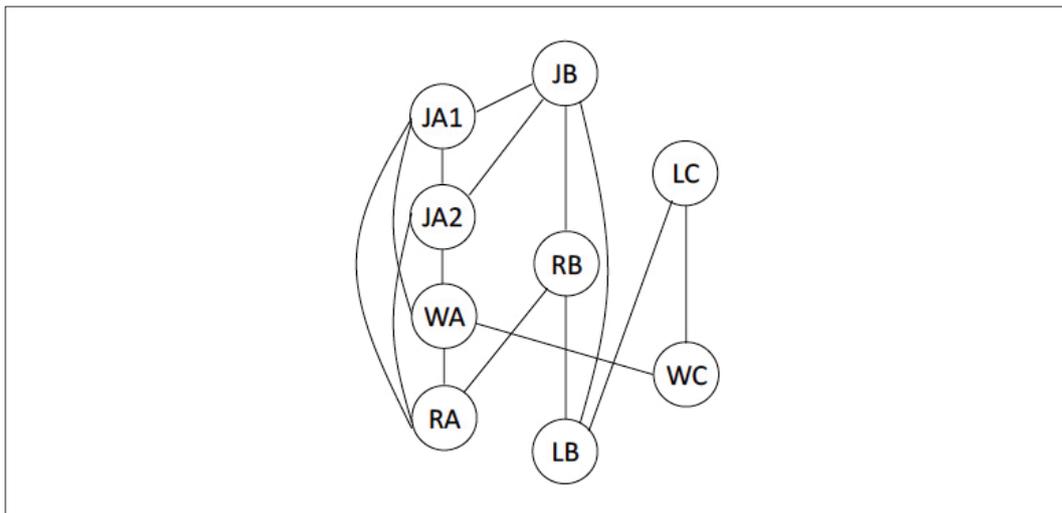
Quadro 1 – Dados para o exemplo.

PROFESSOR	TURMA A	TURMA B	TURMA C
Josiane (J)	2	1	0
Leonardo (L)	0	1	1
Reginaldo (R)	1	1	0
Wagner (W)	1	0	1

Fonte: Elaboração própria.

Segundo o modelo básico, o grafo poderia estar representado como na Figura 2:

Figura 2 – Situação de acordo com o modelo básico.



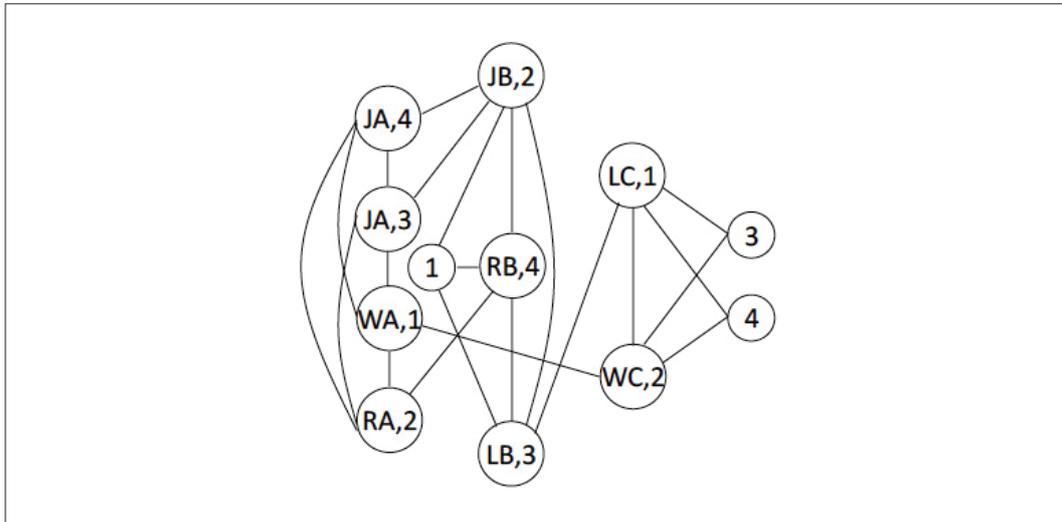
Fonte: Elaboração própria.

Supondo que o elaborador tenha as seguintes restrições de horários:

- A turma B deve estar livre no primeiro horário do dia, pois neste horário ela seria atendida por um professor de educação física e a escola dispensa das aulas de educação física os alunos do turno da noite;
- A turma C deve ter os dois últimos horários livres para que os alunos possam ocupar este tempo com atividades como estágio extracurriculares.

No grafo representado na Figura 2 há um subgrafo completo (clique) de ordem 4 (correspondente a JA1, JA2, WA e RA), logo serão necessárias pelo menos quatro cores para a coloração do grafo e conseqüentemente teremos um limite inferior de quatro horários para atender às turmas. Para o ajuste ao modelo geral, novos vértices (pré-coloridos) são inseridos no modelo básico, de modo a permitir a representação das restrições de horário. No caso, deve-se acrescentar ao grafo um vértice (1) com arestas ligando-o a todos os vértices que representam a turma B, impedindo desta forma que a cor 1 (do primeiro horário) seja atribuída a qualquer vértice da turma B. Da mesma forma, mais dois vértices devem ser acrescentados ao grafo: os vértices 3 e 4 representando o terceiro e o quarto horários que, ligados a aos vértices representativos da turma C, promovem o impedimento para esta turma nesses horários. Uma vez registrados os impedimentos, as possíveis permutações de cores geram diferentes horários que poderão ser avaliados pela coordenação da escola mediante outros critérios considerados importantes. Uma representação do modelo geral envolvendo as duas restrições indicadas está mostrada na Figura 3, onde as cores (horários) estão indicadas por números.

Figura 3 – Coloração pelo modelo geral.



Fonte: Elaboração própria.

3.3. Algoritmo proposto

O desenvolvimento do algoritmo proposto (GRASP modificado) foi baseado no trabalho de Feo e Resende (1995), cuja principal modificação foi a inserção de PCA do método GRASP, e pode ser resumido em três etapas principais: definição das variáveis críticas, parametrização e *workflow*.

3.3.1. Variáveis críticas

A primeira etapa da construção do algoritmo proposto (GRASP modificado) consiste na definição das variáveis críticas. A definição das variáveis foi feita através de grupo focal, moderado por um dos autores deste estudo, junto aos professores, coordenadores, supervisores e a direção, em duas sessões. Na primeira sessão com os professores foram coletadas informações sobre as suas preferências e, com base nessas informações, foi possível definir numa segunda sessão, apenas com a coordenação, supervisão e direção, as variáveis críticas de sucesso e seus respectivos pesos (Quadro 2):

Quadro 2 – Variáveis críticas e seus respectivos pesos.

VARIÁVEL	PESO
Essenciais	
O professor ministra uma e somente uma aula em cada tempo	Infinito
Cada turma está sendo atendida por não mais do que um professor em cada tempo	
O número de aulas de cada professor é equivalente a uma carga-horária	
As cargas-horárias de todas as matérias devem ser cumpridas	
Não essenciais	
Cada turma é atendida no máximo duas vezes em cada dia (exceto educação supletiva)	40
Aulas geminadas	1
Eliminar janelas dos professores	10
Satisfazer o requerimento de aulas geminadas	-2
Minimizar a quantidade de dias que cada professor necessita ir à escola além do necessário	4

Fonte: Elaboração própria.

A partir do Quadro 2 estabeleceu-se a FO que avalia uma solução s qualquer da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar } F(s) = v_e + 40f_1(s) + f_2(s) + 10f_3(s) - 2f_4(s) + 4f_5(s)$$

Onde,

- A primeira componente (v_e), que recebe valor infinito se alguma restrição essencial é violada e zero caso contrário, mensura o grau de viabilidade da solução.
- As demais componentes mensuram a qualidade de s , por exemplo, a segunda componente ($f_1(s)$) representa o somatório do número de vezes que cada turma foi atendida mais que duas vezes por um mesmo professor no mesmo dia.
- Os coeficientes de cada uma das componentes correspondem aos pesos (importância) atribuídos a cada uma das variáveis após reunião com o trio gestor desta unidade de ensino.

A atribuição de pesos infinitos às variáveis essenciais faz com que o algoritmo aceite um horário somente quando o mesmo for viável.

3.3.2. Descrição dos parâmetros

Os principais parâmetros são os pesos das variáveis críticas, o tamanho da LRC do GRASP e o número máximo de impedimentos (NMI).

As variáveis críticas foram ponderadas por meio de grupo focal e as demais, por meio de simulação do tipo tentativa-erro. O tamanho da LRC ficou estabelecido em 6, após o processamento de amostras de tamanho 50 (cinquenta horários gerados para cada valor da LRC entre 1 e 8). O critério utilizado foi o de menor valor médio da FO. Os resultados estão descritos no Quadro 3:

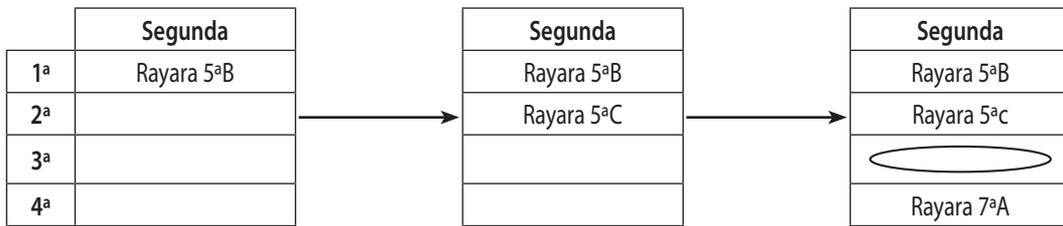
Quadro 3 – Valor médio da FO para LRC.

TAMANHO DA LRC	VALOR MÉDIO DA FO
1	367,00
2	378,32
3	370,76
4	371,44
5	378,36
6	361,20
7	365,54
8	371,78

Fonte: Elaboração própria.

O NMI deve ser entendido como uma constante n que define o número de movimentos consecutivos que são rejeitados pelo sistema, caso os mesmos degradem o valor da FO na composição da solução parcial. Após n impedimentos, o movimento é aceito mesmo que aumente o valor da FO. Um movimento que gere uma janela na agenda de algum professor é um exemplo de movimento de piora, como definido nas variáveis críticas de sucesso e que, portanto, seria rejeitado pelo algoritmo por n iterações. Na Figura 4 se ilustra o processo em que o terceiro movimento estaria impedido, caso este não fosse o movimento de número $(n + 1)$ degradante.

Figura 4 – Movimento evitado pelo algoritmo.



Fonte: Elaboração própria.

Para definição de n , utilizou-se como critério de decisão uma simulação, onde a escala adotada variou de 0 a 25, em que a sequência é uma progressão aritmética de razão 5. Utilizou-se também o menor valor médio da FO. Apresentam-se no Quadro 4 os resultados obtidos.

Quadro 4 – Valor médio da FO para número máximo de impedimentos.

Nº máximo de impedimentos	Valor médio da FO
0	440,94
5	342,76
10	338,68
15	344,96
20	343,62
25	349,78

Fonte: Elaboração própria.

3.3.3. Workflow

Após uma varredura nos arquivos de entrada, o programa lista os professores por ordem dos mais críticos (maior carga horária pendente) incluindo os seis primeiros, valor definido no Quadro 3, em uma lista conhecida como LRC, principal instrumento do método GRASP. O próximo passo do método é selecionar um elemento da LRC onde cada elemento (desconsiderando-se os PCA) tem uma probabilidade de $1 / |LRC|$ de ser selecionado. A cada iteração da fase de construção ocorre uma atualização dos dados para refletir os benefícios associados com a escolha dos elementos nas iterações anteriores. Definem-se aqui os PCA, que passam a condicionar a rejeição ou não do elemento.

A LRC é o principal parâmetro controlador da aleatoriedade no método GRASP. Neste trabalho a LRC é formada pelos 6 professores com maior carga-horária pendente. O que se realiza, no GRASP Modificado, é a inserção de novas restrições sobre a escolha dos elementos da LRC, a cada iteração, para compor a solução parcial. Essas novas restrições, chamadas de PCA, correspondem aos itens 2, 4 e 6 do quadro 8 dos requisitos não-essenciais. São elas:

- Cada turma é atendida, por um mesmo professor, no máximo duas vezes a cada dia;
- Eliminar janelas na agenda dos professores;
- Minimizar a quantidade de dias que cada professor necessita ir à escola.

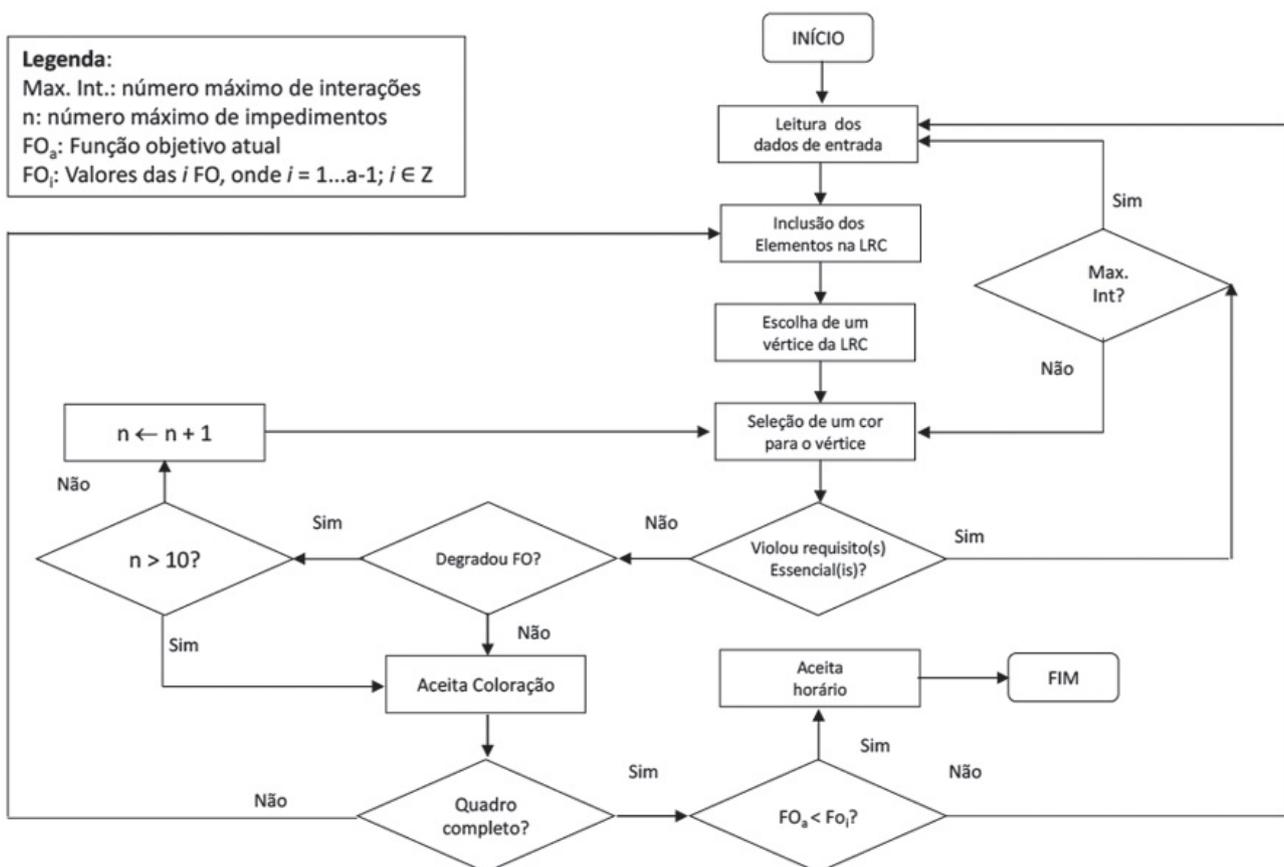
A coloração de um vértice selecionado da LRC é impedida, caso tal ação implique no não-atendimento dos três itens listados. A quebra deste controle dos elementos sob os quais se realiza alguma ação ocorre quando o NMI, definido no Quadro 4, for atingido.

A alocação de um professor a um horário em uma determinada turma só é realizada quando forem atendidas as especificações dos itens considerados essenciais listados no Quadro 2, garantindo assim que cada solução gerada na fase de construção do GRASP modificado seja factível. Se o *loop* de alocação se “estender” sem sucesso, para algum professor, o programa reinicializa todas as variáveis através dos arquivos de entrada e recomeça seu trabalho em um ponto aleatório.

O algoritmo gera como saída uma matriz de *strings*, onde as linhas representam os horários, a cada quatro linhas o ciclo de um dia e, as colunas, as turmas.

O funcionamento do algoritmo proposto, após o usuário informar ao sistema o nome dos professores e suas respectivas cargas-horárias por turma, selecionar as variáveis críticas e apontar seus respectivos pesos, definir o tamanho da LRC e o número máximo de impedimentos, é apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Esquema do algoritmo proposto.



Fonte: Elaboração própria.

3.4. Técnicas de tratamento de dados

A análise dos dados envolve a comparação entre as soluções de horários com menores FO geradas pelos métodos GRASP e GRASP modificado (com a inserção de PCA), a fim de verificar se a inclusão de PCA contribui para minimização da FO. Esclarece-se que a FO é determinada pela soma do produto dos pesos pelas variáveis críticas (Quadro 2) e que a forma da FO corresponde à minimização, portanto, quanto maior o seu valor, pior o resultado.

Para tanto foram consideradas as menores FO de 50 soluções apresentadas para cada método/ano/turno no período de 11 anos, totalizando 66 observações, sendo 33 vinculadas ao método GRASP e 33 ao método GRASP modificado (11 anos x 3 turnos x 2 métodos). Esclarece-se que foram utilizadas as mesmas variáveis críticas (e pesos correspondentes) em todos os processamentos com o método GRASP modificado (Quadro 2), ainda que essas variáveis e seus pesos tenham sido identificadas para uma situação (ano letivo) em particular. Dados relativos a quantidade de professores, suas disponibilidades etc. de anos anteriores foram utilizados para o processamento computacional do experimento. Registra-se, por fim, que o sistema desenvolvido permite alterar as variáveis e os pesos dos PCA.

Para verificar se os dados de cada item poderiam ser oriundos de uma variável com distribuição normal foi aplicado o teste de Kolmogorov-Smirnov, a fim de determinar se seria mais apropriado aplicar teste de hipótese de diferenças entre médias paramétrico ou não paramétrico. No processamento dos dados foram utilizados os softwares SPSS 20 (testes de Kolmogorov-Smirnov e t de Student) e GPower 3.1 (coeficiente d de Cohen e poder de estatística).

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

Antes de iniciar os procedimentos de extração de medidas foi feito teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar se os dados de cada item poderiam ser oriundos de uma variável com distribuição normal. A opção por esse teste se apoiou em pesquisa cujo resultado o classificou como de melhor desempenho para o tamanho da amostra deste estudo (TORMAN; COSTER; RIBOLDI, 2012). Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov verificou-se que a hipótese nula (que supõe que a amostra foi extraída de uma população normalmente distribuída) não poderia ser refutada ($p\text{-value} > 0,05$), de tal modo que se pode assumir que haja normalidade na variável de origem dos dados (Tabela 1).

Tabela 1 – Teste de Kolmogorov-Smirnov.

Variável	Estatística	df	Sig.
FO	0,056	66	0,200

Fonte: Elaboração própria.

Verificou-se, então, se a inclusão dos PCA no método GRASP contribuiu para a melhoria dos valores da FO, utilizando o teste estatístico t de Student para dados pareados, em dois momentos distintos (antes e após a inserção dos PCA). Para tanto foram consideradas as menores FO de 50 soluções apresentadas para cada método/ano/turno. Portanto, 66 observações, sendo 33 vinculadas ao método GRASP e 33 ao método GRASP modificado (com a inclusão de PCA).

Sendo $\mu_d = \mu_{\text{Função Objetivo [GRASP modificado]}} - \mu_{\text{Função Objetivo [GRASP]}}$, pode-se estabelecer:

- $H_0 : \mu_d = 0$. Ou seja, não houve diferença estatisticamente significativa no resultado da FO na primeira fase do método após a inserção dos PCA no método GRASP.
- $H_1 : \mu_d \neq 0$. Ou seja, inserção de PCA no método GRASP alterou de forma estatisticamente significativa a FO na primeira fase do método.
- Nível de significância $\alpha = 0,05$. Ou seja, com nível de confiança, que corresponde à probabilidade de não rejeitar a hipótese de nula (H_0), sendo ela verdadeira, de 95%.

Tabela 2 – Teste t de Student para amostras emparelhadas.

Variáveis	Diferenças emparelhadas					T	df	Sig. ^a
	Média	Desvio padrão	Erro padrão da média	IC 95%				
				Inferior	Superior			
$FO_{\text{[GRASP modificado]}} - FO_{\text{[GRASP]}}$	-66,121	71,119	12,380	-91,339	-40,903	-5,341	32	0,000

^a Duas extremidades

Fonte: Elaboração própria.

Pelo teste t de Student (Tabela 2) verificou-se que a hipótese nula (de igualdade das médias) pode ser refutada ($p\text{-value} < 0,05$), pois os dados fornecem evidências suficientes que a média aritmética da diferença da $FO_{[GRAP\text{ modificado}]}$ pela $FO_{[GRAP]}$ é diferente de zero. O poder de estatística ($1 - \beta$) foi de aproximadamente 0,99, superior ao limiar ($1 - \beta = 0,8$) a partir do qual o valor é consensualmente considerado apropriado (Hair et al., 2009). Ou seja, neste estudo a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa, e deveria ser rejeitada, foi baixíssima. Para o cálculo do poder de estatística, o tamanho do efeito foi determinado pelo coeficiente d de Cohen. Pelo critério de classificação proposto por Cohen (1988), para testes de diferença entre médias, o tamanho do efeito pode ser considerado grande ($d \cong 0,89 = 0,79$). Ressalta-se que em relação a isso há que se ter cautela na interpretação da classificação. Adotou-se neste estudo a classificação de Cohen (1998), pois são explorados resultados particularmente novos e que não puderam ser comparados com outros achados na literatura. Por outro lado, seus resultados, com a apresentação do tamanho do efeito, como recomendado pelo *Manual of the American Psychological Association* (APA, 2010), permite que outros estudos comparem a eficácia média do modelo desenvolvido nesse estudo, à luz da sua área de investigação, conferindo significado prático ao tamanho do efeito.

A análise do intervalo de confiança evidencia que os resultados da FO na primeira fase do método após a inserção dos PCA no método GRASP são, em média, menores do que quando processado sem os PCA, pois os limites do intervalo de confiança assumem valores menores do que zero. O intervalo de confiança mostra, ainda, que a probabilidade de que o parâmetro da população (ainda que desconhecido) seja localizado entre -40,903 (L_s) e -91,339 (L_i) é de 95%. Ou seja, pode-se concluir que a inclusão de PCA diminuiu de forma estatisticamente significativa a FO, na primeira fase do método GRASP, na programação de horários do tipo professor-turma da escola objeto de estudo no período analisado.

5. CONCLUSÕES

O presente estudo evidenciou que a inserção de PCA no método GRASP tende a contribuir para a melhoria do valor da FO na primeira fase do método ($p\text{-value} < 0,05$). Importa destacar, porém, que este estudo teve como base uma única instituição de ensino, inserida em um tipo específico de problema inerente à programação de horários (professor-turma). Sugere-se, portanto, que outros estudos sejam desenvolvidos para investigar o mesmo tipo de problema de programação de horário em instituições com características distintas e outros tipos de problema de programação de horário, possibilitando a ampliação da compreensão sobre as implicações da inserção de PCA na minimização da FO da primeira fase do método GRASP.

Destaca-se também que o acompanhamento da construção manual de um quadro de horários, por elaboradores experientes, não apenas evidencia conceitos e métodos, mas principalmente amplia os horizontes da abordagem do problema, apontando novas formas e diferentes caminhos para se alcançar o objetivo: resolver problemas de PPHE.

Como contribuição, no tratamento do problema, desenvolveu-se um algoritmo baseado no trabalho de Feo e Resende (1995), cuja principal modificação foi a inserção de PCA do método GRASP. O sistema desenvolvido também conta com uma interface amigável gerando relatórios capazes de ajudar a tomada de decisão, podendo-se realizar ajustes manuais, entre outros processos. Por fim observa-se que o bom desempenho de qualquer método está diretamente vinculado à correta calibragem dos parâmetros que a ele está associado.

REFERÊNCIAS

AL-YAKOOB, S. M.; SHERALI, H. D. Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem. **Computers & Operation research**, v. 61, p. 56-68, 2015.

APA - American Psychological Association. **Manual of the American Psychological Association**. Washington, DC: APA, 2010.

ARAÚJO, A. F. **Aplicação de Metaheurísticas para a solução do problema de programação de horários de irrigação**. 2010. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa: UFV, 2010.

BADONI, R. P.; GUPTA, D. K. A graph edge colouring approach for school timetabling problems. **International journal of mathematics in operational research**, v. 6, n. 1, p.1 17-132, 2014.

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos: teoria, modelos, algoritmos**. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

BORNDÖRFER, R.; HOPPMANN, H.; KARBSTEIN, M. Passenger routing for periodic timetable optimization. **Public transport**, Ahead of print, p. 1-21, 2016.

CAMPBELL, D. T.; STANLEY, J. C. **Delineamentos experimentais e quase experimentais de pesquisa**. São Paulo: EPU, 1979.

CISCON, L. A.; OLIVEIRA, A. C.; HIPÓLITO, T. R.; ALVARENGA, G. B.; ROULLIER, A. C. O problema de geração de horários: um foco na eliminação de janelas e aulas isoladas. *In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 37, 2005. **Anais...** Gramado, RS: SOBRAPO, 2005.

COHEN, J. A power primer. *In: Kazdin, A. E. (Org.). Methodological issues and strategies in clinical research*. Washington: APA, 1988.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DINKEL, J. J.; MOTE, J.; VENKATARAMANAN, M. A. An efficient decision support system for academic course scheduling. **Operations research**, v. 37, n. 6, p. 853–864, 1989.

DORNELES, A. P.; ARAÚJO, O. C. B.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers & Operation research**, v. 52, n.1, p.29-38, 2014.

EVANS, J. R.; MINIEKA, E. **Optimization algorithms for networks and graphs**. New York: CRC Press, 1992.

EVEN, S.; ITAI, A.; SHAMIR, A. On the complexity of timetable and multicommodity flow problems. **SIAM Journal of computing**, v. 5, n. 4, p. 691-703, 1976.

GAREY, M. R.; Johnson, D.S. **Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness**. San Francisco: WH Freeman, 1979.

GOGOS, C.; ALEFRAGIS, P.; HOUSOS, E. An improved multi-staged algorithmic process for the solution of the examination timetabling problem. **Annals of operations research**, v. 194, n. 1, p. 203–221, 2012.

HAIR, J. F.; BLACK, W. C.; BABIN, B. J.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L. **Análise multivariada de dados**. Porto Alegre: Bookman, 2009.

HERTZ, A.; WERRA, D. Using tabu search techniques for graph coloring. **Computing**, v. 39, p. 345-351, 1988.

KOUBÁÇA, M.; ELLOUMI, S.; DHOUIB, S. Optimising case study personnel scheduling problem using an artificial bee colony algorithm. **International journal of shipping and transport logistics**, v. 8, n. 5, p. 552-567, 2016.

MCCLURE, R. H.; WELLS, C. E. A mathematical programming model for faculty course assignment. **Decision science**, v. 15, n. 3, p. 409-420, 1984.

MICHALEWICZ, Z.; SCHOENAUER, M. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems. **Evolutionary computation**, v. 4, n. 1, p. 1-32, 1996.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial optimization: algorithms and complexity**. New Jersey: PrenticeHall, 1982.

PARAVIDINO NETO, E.; VIANNA, D. S. Heurísticas eficientes para o problema de geração de grade escolar automatizada. **Revista produção e engenharia**, v. 4, n. 1, p. 330-337, 2013.

RIBEIRO, C. C. Metaheuristics and applications. *In*: Advanced School on Artificial Intelligence, Estoril. **Anais...** Portugal, 1996.

SCHAEFER, A. A survey of automated timetabling. **Artificial intelligence review**, v. 13, n. 2, p. 87-127, 1999.

SELIM, S. M. An algorithm for producing course and lecture timetables. **Computers & Education**, v. 7, n. 2, p. 101-108, 1983.

SILVA, G. C.; PEREIRA, R. S.; BOAVENTURA NETTO, P. O.; JURKIEWICZ, S.; MEIRELLES, L. A. Programação de horários com reservas no curso de graduação em Engenharia de Produção da UFRJ. *In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 39, 2006. **Anais...** Goiânia, GO: SOBRAPO, 2006.

SORENSEN, M.; DAHMS, F. H. W. A two-stage decomposition of high school timetabling applied to cases in Denmark. **Computers & Operation research**, v. 43, p. 36-49, 2014.

TOMAZELA, M. G. Utilização de algoritmo genético para elaboração de grade horária. **Revista científica do IMAPES**, v. 1, n. 1, p. 28-33, 2003.

TORMAN, V. B. L; COSTER, R; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. **Clinical & Biomedical research**, v. 32, n. 2, p. 227-234, 2012.

WERRA, D. (1985). An introduction to timetabling. **European journal of operational research**, v. 19, p. 151-162, 1985.

WERRA, D.; ASRATIAN, A. S.; DURAND, S. Complexity of some special types of timetabling problems. **Journal of scheduling**, v. 5, n. 2, p. 171-183, 2002.

WREN, A. Scheduling, timetabling and rostering: a special relationship? *In: BURK, E.; ROSS, P. (Org.). Practice and theory of automated timetabling*. Berlin: Springer, 1995.